Dans le film ***Smile***, comment peut-on modéliser mathématiquement l’évolution des sourires des personnages à travers des fonctions de référence ?

INTRODUCTION

Dans ***Smile***, le sourire est au cœur de la narration, symbole d’angoisse et de contamination psychologique. On pourrait modéliser l’évolution des sourires au fil du film par des fonctions bien connues en mathématiques : croissance, décroissance, pics d’intensité, rythmes de propagation… autant d’aspects que les fonctions de référence peuvent illustrer. Fonction de référence : fonction dont on connaît bien la forme et les propriétés (ex : x2, sinx, ex). Polynôme du second degré : fonction de la forme ax2+bx+c, caractérisée par une courbe en parabole. Fonction exponentielle : fonction de la forme ex, représentant des croissances rapides. Fonction trigonométrique : fonction périodique comme sinx ou cosx. Fonction convexe : fonction où la droite reliant deux points de la courbe est au-dessus de la courbe (ex : x2). Comment les fonctions de référence permettent-elles de modéliser l’évolution des sourires des personnages dans ***Smile***, en fonction de leur intensité et de leur propagation au cours du film ? Nous verrons comment les polynômes du second degré peuvent modéliser la montée et la descente de l’intensité du sourire.
Nous étudierons comment les fonctions exponentielles et convexes illustrent la propagation du sourire entre les personnages. Nous expliquerons en quoi les fonctions trigonométriques peuvent représenter la cyclicité et le retour des scènes de tension liées au sourire.

DÉVELOPPEMENT.

I. Polynômes du second degré : modéliser l’intensité du sourire au cours d’une scène.

- Le sourire d’un personnage dans une scène suit souvent un schéma : intensité qui

$$f(x) = -a(x-h)^2 + k$$

augmente, atteint un maximum, puis retombe → représentable par une parabole :

où x est le temps dans la scène, f(x) l’intensité du sourire, (h,k) le sommet (pic d’intensité).

- Ex : la scène où un personnage commence par un léger sourire, qui s'élargit jusqu'à un moment de bascule, puis disparaît dans l'angoisse.

II. Fonction exponentielle et convexité : la propagation rapide du sourire.

- Le sourire se propage d'un personnage à un autre à la manière d'un phénomène

$$f(x) = e^{kx}$$

exponentiel :

où x représente le « nombre d'interactions » ou le temps, et k un coefficient lié à la rapidité de propagation.

- Fonction convexe : la croissance du nombre de sourires suit une courbe de plus en plus rapide → la fonction exponentielle est convexe sur R.
- Interprétation : au début, peu de personnages sourient ; puis très vite, presque tous sont contaminés par le sourire.

III. Fonctions trigonométriques : la cyclicité des tensions liées au sourire.

- Les tensions et les sourires reviennent régulièrement dans le film, comme un phénomène périodique.
- Modélisable par : $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$

où A est l'amplitude (intensité des tensions), ω la fréquence (rythme de retour des scènes de tension), φ un décalage de phase.

- Permet de représenter la succession des moments d'accalmie et de tension.

CONCLUSION

On peut modéliser le phénomène des sourires dans *Smile* par différentes fonctions du programme : paraboles pour les pics d'intensité dans une scène, exponentielles et convexité pour la diffusion rapide du sourire et sinus et cosinus pour la récurrence des tensions. Ces modélisations sont proches des modèles utilisés en épidémiologie (propagation d'un virus) ou en analyse de données pour prévoir la diffusion d'émotions sur les réseaux sociaux. On pourrait aller plus loin avec des systèmes d'équations différentielles pour modéliser de manière plus fine la dynamique des sourires.